

Invoeren van werkstoffen, temperatuur



Basisparameters in behoudswetten :

- ◆ Snelheid
- ◆ Hoogte
- ◆ Druk
- ◆ Densiteit
- ◆ Interne energie, enthalpie
- ◆ *Nog geen temperatuur..*

Invoeren van werkstoffen, temperatuur



De toestand van een enkelvoudige stof is volledig bepaald door twee, en slechts twee onafhankelijke parameters

$$T = T(x, y)$$
$$x, y : p, r, h, \dots$$

Invoeren van werkstoffen, temperatuur



Relatie temperatuur met andere
parameters :

- ◆ Hangt af van de werkstof
- ◆ Gebeurt via de warmtecapaciteit
(voelbare warmte)
- ◆ Gebeurt via een p-p-T relatie (gassen)
- ◆ Gebeurt via tabellen/diagramma's
(alle stoffen)

Invoeren van de warmtecapaciteit

(C&T 3-9 tem 3-11 / C&B 2-9 tem 2-11)



$$h^{uit} - h^{in} - \frac{(p^{uit} - p^{in})}{r} = q + d$$

Bij constante druk : alle warmte -> enthalpie :

$$h^{uit} - h^{in} = c_p (T^{uit} - T^{in}) = q + d$$

$$c_p = \left. \frac{h^{uit} - h^{in}}{T^{uit} - T^{in}} \right|_{p=cte}$$

Invoeren van de warmtecapaciteit

(C&T 3-9 tem 3-11/ C&B 2-9 tem 2-11)



Bij constante densiteit : alle warmte -> interne energie :

$$dh - v dp = du + p dv = du = c_v dT = dq + dd$$

$$c_v = \left. \frac{du}{dT} \right|_{v=cte}$$

Invoeren van de warmtecapaciteit

(C&T 3-9 tem 3-11/ C&B 2-9 tem 2-11)



Algemeen :

$$c_p = \left. \frac{Dh}{DT} \right|_{p=cte}$$

$$c_v = \left. \frac{Du}{DT} \right|_{v=cte}$$

Schijnbare warmtecapaciteit :

$$c_{app} = \frac{q + d}{DT}$$

Werkstof perfect gas



- ◆ Een perfect gas voldoet aan de relatie (T in °K)

$$p = rRT$$

- ◆ Gasconstante en universele gaskonstante :

$$R = \frac{R_u}{M} = \frac{8314}{M} \left(\frac{J}{kgK} \right)$$

Warmtecapaciteit bij perfect gas

(C&T 3-9 tem 3-11 / C&B 2-9 tem 2-11)



Men kan aantonen dat (geen bewijs) :

- ◆ $\Delta h = c_p \Delta T$ ook als p niet constant is
- ◆ $\Delta u = c_v \Delta T$ ook als v niet constant is
- ◆ c_p en c_v enkel functie van de temperatuur
- ◆ $R = c_p - c_v$

Warmtecapaciteit bij perfect gas

(C&T 3-9 tem 3-11/ C&B 2-9 tem 2-11)



◆ Bij omgevingstemperaturen en –drukken :

Lucht :

$c_p \sim 1 \text{ kJ/kg/K}$, $R \sim 287 \text{ kJ/kg/K}$

Waterdamp :

$c_p \sim 1.86 \text{ kJ/kg/K}$, $R \sim 460 \text{ kJ/kg/K}$

◆ Andere waarden :

C&T Fig 3-70, C&B Fig 2-68, Tables A-1 en A-2

Warmtecapaciteit bij perfect gas

(C&T 3-9 tem 3-11/ C&B 2-9 tem 2-11)



◆ Rekenvoorbeeld :

C&T ex. 3-13, C&B ex. 2-14

Onsamendrukbare stoffen

(C&T 3-9 tem 3-11/ C&B 2-9 tem 2-11)



- ◆ $\rho = \text{cte}$
- ◆ Men kan aantonen dat $c_p \sim c_v \sim \text{cte}$
- ◆ Voor water is $c = 1 \text{ kcal/kg/K}$ of 4182 J/kg/K
- ◆ Andere waarden : Tables A-3

Onsamendrukbare stoffen

(C&T 3-9 tem 3-11/ C&B 2-9 tem 2-11)

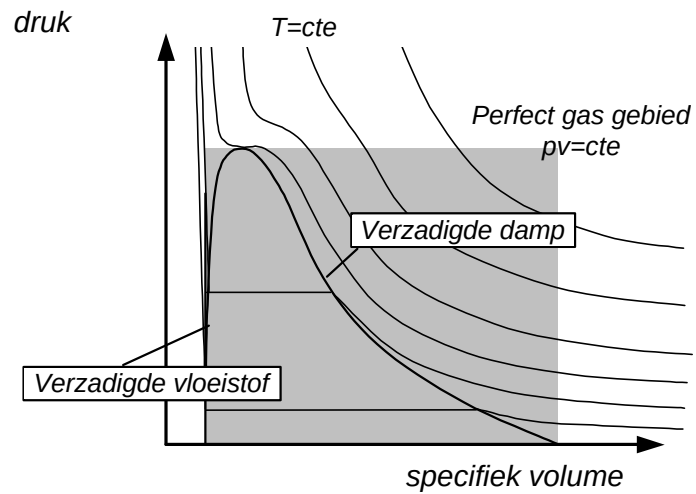


- ◆ Opgelet : $\Delta h \neq c_p \Delta T$!

$$Dh = Du + \frac{Dp}{r} = c_v DT + \frac{Dp}{r}$$

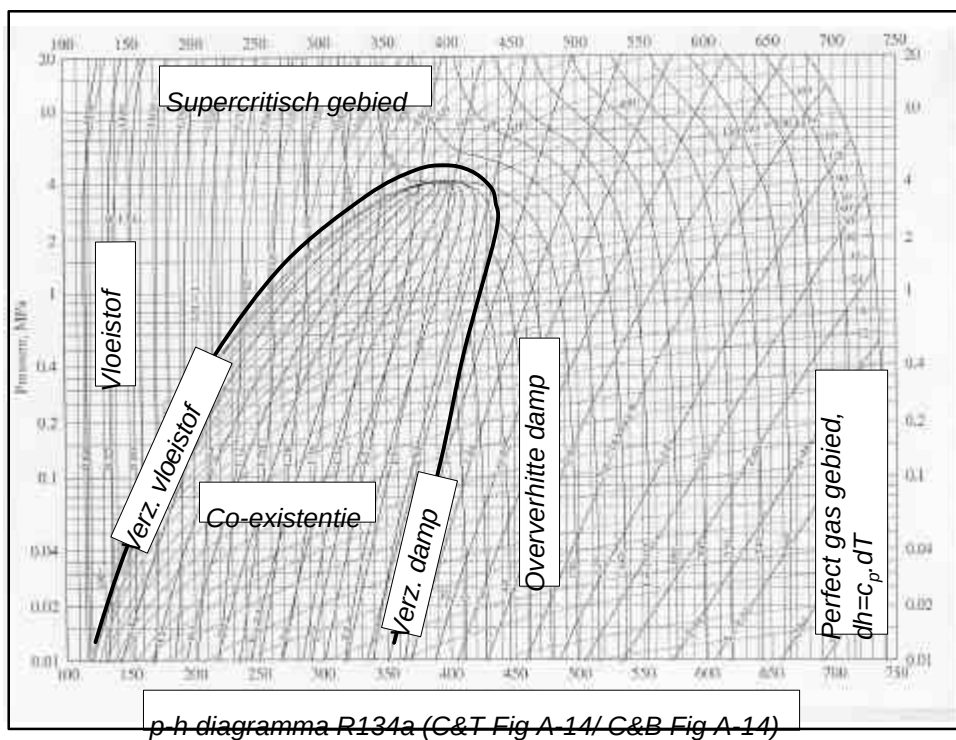
Reële stoffen : p-v diagramma

(C&T Fig 3-19/ C&B 2-19)

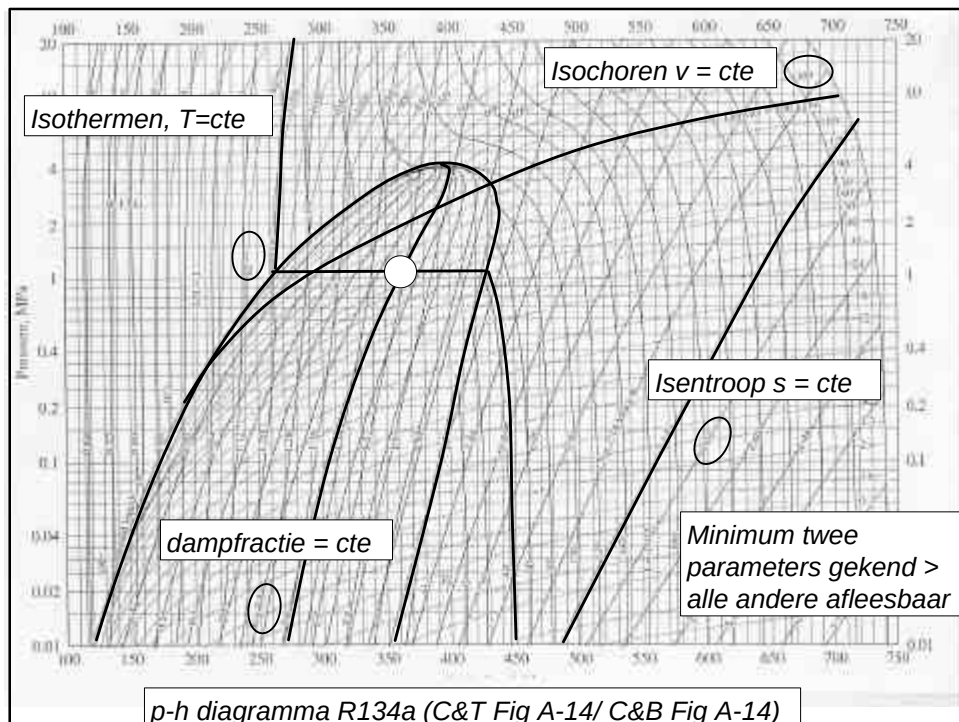


Thermo 1

13



p-h diagramma R134a (C&T Fig A-14/ C&B Fig A-14)



Reële stoffen : mengsels vl-damp

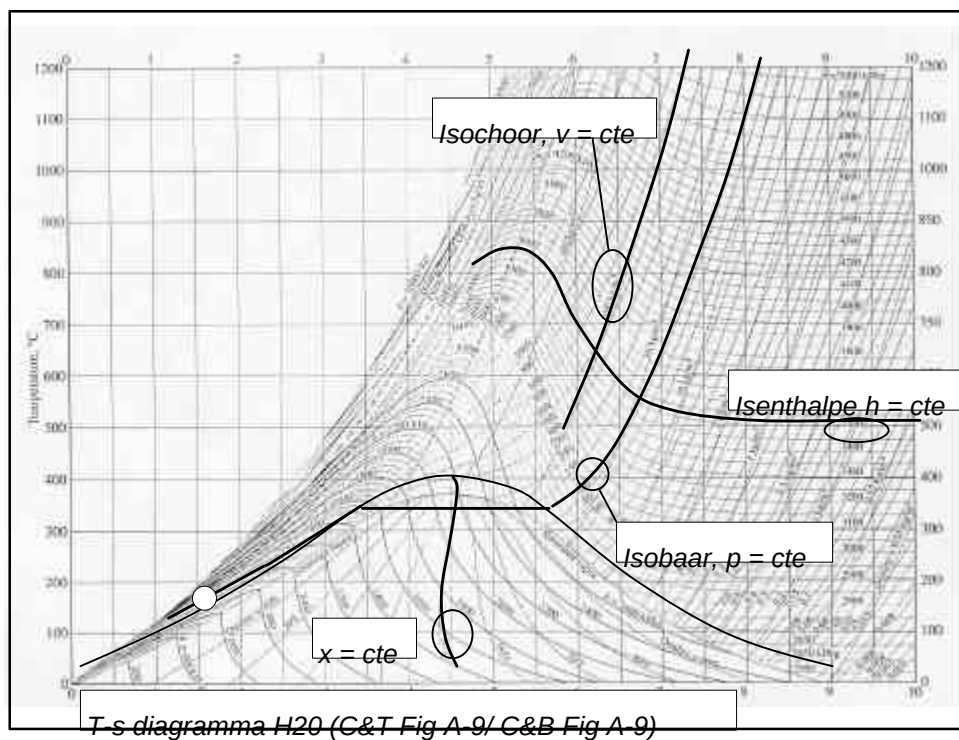
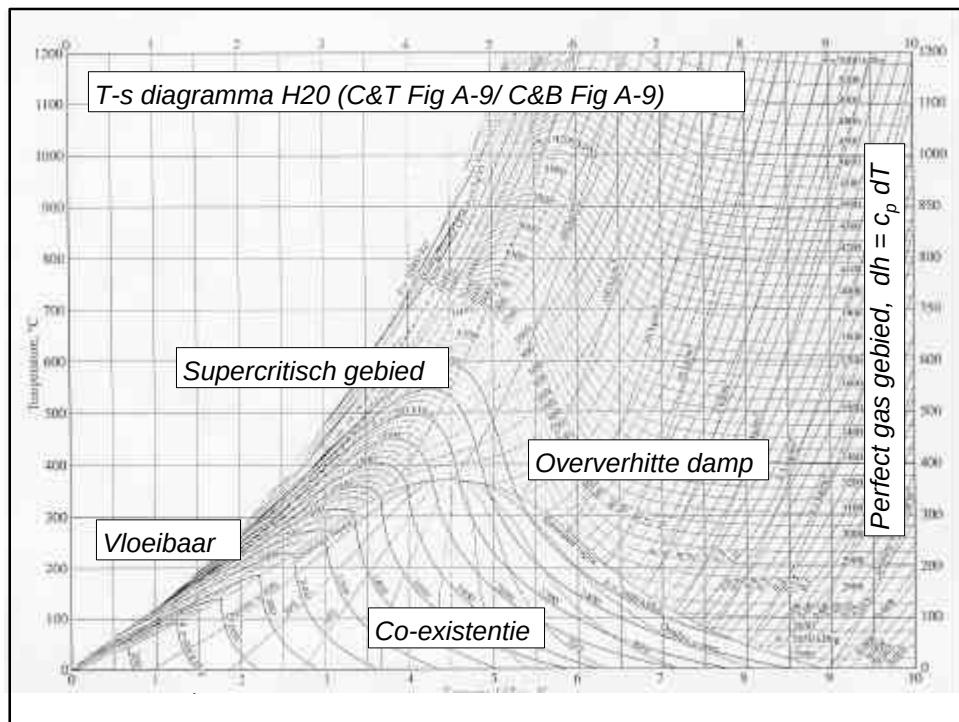
(C&T 3.6/C&B 2.5)



- ◆ Co-existentie van vloeistof en damp bij $T_{\text{sat}}, p_{\text{sat}}$: beschouwen als mengsel
- ◆ 'Kwaliteit' x van een mengsel :

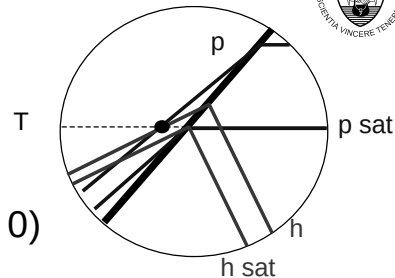
$$x = \frac{\text{massa damp}}{\text{totale massa}}$$

$$h_{\text{mengsel}} = h_{\text{vl}} + x h_{\text{damp}}$$



Reële stoffen : vloeistof onder druk

(C&T 3-11/ C&B 2-11)



$$v(T, p) \approx v_{\text{sat}}(T)$$

$$u(T, p) \approx u_{\text{sat}}(T) \quad (du = c_v dT = 0)$$

$$h(T, p) \approx u_{\text{sat}}(T) + p v_{\text{sat}}(T)$$

$$h_{\text{sat}}(T) \approx u_{\text{sat}}(T) + p_{\text{sat}} v_{\text{sat}}(T)$$

$$h(T, p) \approx h_{\text{sat}}(T) + (p - p_{\text{sat}}) v_{\text{sat}} \approx h_{\text{sat}}(T)$$

Thermo 1 NL/sept2003

19

TABLE A-12

Saturated refrigerant-134a—Pressure table

Press., MPa	Temp., °C	Specific volume, m ³ /kg		Internal energy, kJ/kg		Enthalpy, kJ/kg		Entropy, kJ/kg · K	
		Sat. liquid, v _f	Sat. vapor, v _g	Sat. liquid, u _f	Sat. vapor, u _g	Sat. liquid, h _f	Evap., h _{fg}	Sat. liquid, s _f	Sat. vapor, s _g
0.06	-37.07	0.0007087	0.3100	3.41	208.12	3.46	221.27	0.0147	0.9570
0.08	-31.21	0.0007184	0.2366	10.41	209.46	10.47	217.39	0.0440	0.9467
0.10	-26.43	0.0007259	0.1917	16.22	212.18	16.29	215.06	0.0678	0.9385
0.12	-22.36	0.0007323	0.1614	21.23	214.59	21.32	212.54	0.0879	0.9354
0.14	-18.80	0.0007381	0.1395	25.68	216.53	25.77	210.27	0.1065	0.9322
0.16	-15.62	0.0007435	0.1229	29.66	218.32	29.76	208.16	0.1211	0.9295
0.18	-12.73	0.0007485	0.1098	33.01	219.94	33.45	206.20	0.1352	0.9273
0.20	-10.09	0.0007532	0.0993	35.69	221.43	36.04	204.40	0.1481	0.9253
0.24	-5.07	0.0007618	0.0834	42.77	224.07	42.95	201.14	0.1710	0.9222
0.28	1.23	0.0007697	0.0739	48.18	226.38	48.09	198.10	0.1811	0.9197
0.32	5.48	0.0007770	0.0652	53.08	228.40	53.31	195.36	0.2089	0.9177
0.36	9.64	0.0007839	0.0584	57.54	230.28	57.82	192.76	0.2251	0.9160
0.4	13.69	0.0007904	0.0530	61.69	231.97	62.00	190.30	0.2393	0.9146
0.5	18.74	0.0008058	0.0409	70.83	238.64	71.33	184.74	0.2723	0.9117
0.6	24.58	0.0008196	0.0341	78.99	244.74	79.48	179.71	0.2993	0.9097
0.7	29.72	0.0008328	0.0290	86.19	249.42	86.78	175.07	0.3242	0.9080
0.8	34.33	0.0008454	0.0250	92.75	253.78	93.42	170.73	0.3459	0.9066
0.9	38.53	0.0008576	0.0226	98.79	257.89	99.56	166.80	0.3658	0.9054
1.0	39.39	0.0008695	0.0203	104.42	261.77	105.29	163.68	0.3838	0.9043
1.2	46.32	0.0008928	0.0166	114.69	261.03	115.76	155.23	0.4164	0.9023
1.4	52.43	0.0009159	0.0140	123.99	253.74	125.26	148.14	0.4453	0.9000
1.6	57.93	0.0009392	0.0121	132.52	256.00	134.02	141.31	0.4714	0.8982
1.8	62.91	0.0009611	0.0105	140.40	257.88	142.35	134.60	0.4954	0.8969

C	m ³ /kg	h/kJ/kg	s/kJ/kg · K	m ³ /kg	h/kJ/kg	s/kJ/kg · K	m ³ /kg	h/kJ/kg	s/kJ/kg · K		
P = 0.06 MPa (T _{sat} = -37.07°C)				P = 0.10 MPa (T _{sat} = -26.43°C)				P = 0.14 MPa (T _{sat} = -18.00°C)			
50	0.31183	208.12	0.9520	0.19173	212.19	0.9395	0.10945	216.52	0.9322		
60	0.29536	217.66	0.9362	0.18770	216.77	0.9302					
70	0.28192	224.07	0.9371	0.20688	224.01	0.9316	0.14549	225.03	0.9340		
80	0.26943	229.24	0.9375	0.21587	231.41	0.9327	0.15219	230.55	0.9356		
90	0.25761	233.69	0.9378	0.22473	238.96	0.9331	0.15675	238.21	0.9363		
100	0.24670	247.32	0.9380	0.23349	248.67	0.9329	0.16020	246.01	0.9363		
110	0.23669	255.12	0.9382	0.24215	254.54	0.9327	0.17155	250.96	0.9377		
120	0.22801	263.10	0.9384	0.25075	262.58	0.9326	0.17763	262.06	0.9386		
130	0.22047	271.26	0.9385	0.25930	270.79	0.9325	0.18404	270.32	0.9390		
140	0.21397	279.58	0.9386	0.26779	279.16	0.9324	0.19020	278.79	0.9393		
150	0.20830	288.08	0.9387	0.27623	287.70	0.9323	0.19623	287.32	0.9395		
160	0.20337	296.76	0.9388	0.28464	296.40	0.9322	0.20241	296.06	0.9397		
170	0.19907	305.58	0.9389	0.29302	305.27	0.9321	0.20846	304.90	0.9398		
180							0.21449	314.01	0.9400		
P = 0.18 MPa (T _{sat} = -12.73°C)				P = 0.20 MPa (T _{sat} = -10.09°C)				P = 0.24 MPa (T _{sat} = -5.37°C)			
50	0.18983	215.84	0.9373	0.09003	231.40	0.9353	0.08343	224.07	0.9349		
60	0.17138	222.02	0.9368	0.09008	231.50	0.9352					
70	0.15676	229.67	0.9364	0.10438	239.29	0.9350	0.08474	228.31	0.9349		
80	0.14303	237.44	0.9360	0.10032	237.08	0.9349	0.09060	236.29	0.9348		
90	0.13120	245.33	0.9358	0.11094	244.00	0.9347	0.09000	244.30	0.9348		
100	0.12090	253.38	0.9357	0.11660	253.06	0.9346	0.09000	252.45	0.9348		
110	0.11270	261.63	0.9356	0.12211	261.28	0.9345	0.10000	260.42	0.9348		
120	0.10520	269.86	0.9355	0.12759	269.61	0.9344	0.10000	268.42	0.9348		
130	0.14710	278.31	0.9354	0.13301	278.10	0.9343	0.11000	276.67	0.9348		
140	0.15109	286.89	0.9353	0.13839	286.74	0.9342	0.11000	284.67	0.9348		
150	0.15677	295.71	0.9352	0.14373	295.03	0.9341	0.11000	292.67	0.9348		
160	0.16146	304.68	0.9351	0.14904	304.47	0.9340	0.12000	300.75	0.9348		
170	0.16622	313.72	0.9350	0.15432	313.07	0.9339	0.13000	308.87	0.9348		
P = 0.28 MPa (T _{sat} = -1.23°C)				P = 0.32 MPa (T _{sat} = 2.48°C)				P = 0.40 MPa (T _{sat} = 8.93°C)			
50	0.07193	205.38	0.9197	0.06320	228.43	0.9177	0.05089	231.97	0.9172		
60	0.07240	207.37	0.9238								
70	0.07613	215.44	0.9266	0.06276	234.61	0.9186	0.05115	233.87	0.9173		
80	0.07972	223.59	0.9283	0.06201	242.87	0.9199	0.05397	241.37	0.9186		
90	0.08320	231.83	0.9292	0.07214	251.12	0.9228	0.05662	249.08	0.9214		
100	0.08660	240.17	0.9294	0.07518	259.61	0.9247	0.05917	256.47	0.9232		
110	0.08992	248.64	0.9295	0.07815	268.14	0.9265	0.06164	263.79	0.9249		
120	0.09318	257.23	0.9296	0.08106	276.79	0.9282	0.06405	270.89	0.9265		

Reële stoffen



OPGELET !

- ◆ Referenties $h=0$, $s=0$ niet altijd dezelfde !
- ◆ Gegevens uit verschillende tabellen/diagramma's niet door elkaar gebruiken !
- ◆ H₂O : gewoonlijk $h=s=0$ bij 0°C in vloeibare fase (verzadigd)

Enkele rekenvoorbeelden



Enkele rekenvoorbeelden

- ◆ C&T ex. 3-6, C&B ex. 2-5
- ◆ C&T ex. 3-10, C&B ex. 2-9
- ◆ C&T ex. 3-14, C&B ex. 2-15

Extra oefeningen achteraan C&T 3 en
C&B 2

Toepassing op componenten



- ◆ Warmtewisselaars
- ◆ Pompen
- ◆ Ventilatoren
- ◆ Compressoren, perfect gas
- ◆ Compressoren, reële stoffen
- ◆ Turbines
- ◆ Expansiekransen

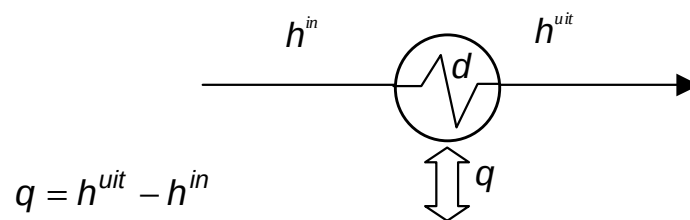
Warmtewisselaars



Thermo 1 NL/sept2003

25

Verwarmingselement : vloeistof



$$q = h^{uit} - h^{in}$$

$$\frac{p_t^{in} - p_t^{uit}}{r} = d \quad (\text{ladingsverlies})$$

Thermo 1 NL/sept2003

26

Verwarmingselement : vloeistof



Warm water stroomt door een radiator met een debiet van 50 liter per uur. De temperatuur van het water daalt van 90°C naar 70°C. Hoeveel warmte staat deze radiator af aan haar omgeving ?

$$Q' = m'(h^{uit} - h^{in}) = rV'c(T^{uit} - T^{in})$$

$$Q' = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \frac{0.05 \text{ m}^3}{3600 \text{ s}} 4182 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} (90 - 70) \text{K} = 1161 \text{W}$$

Verwarmingselement : gas



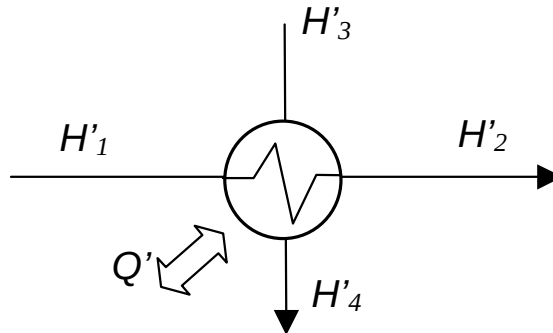
Lucht bij 17°C in een CV koker wordt elektrisch verwarmd met een vermogen van 15 kW. Het debiet bedraagt 150 Nm³/min. De koker verliest onderweg 200 W aan warmte. Wat is de uitlaattemperatuur ?

$$Q' = m'(h^{uit} - h^{in}) = rV'c_p(T^{uit} - T^{in})$$

$$Q' = 1.29 \frac{\text{kg}}{\text{Nm}^3} \frac{150 \text{ Nm}^3}{60 \text{ s}} 1004 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} (T^{uit} - 17) \text{K} = (15000 - 200) \text{W}$$

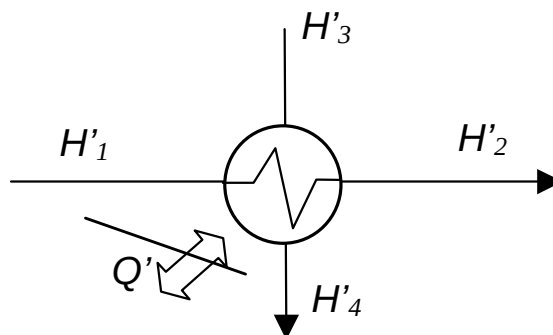
$$T^{uit} = 21.57^\circ\text{C}$$

Warmtewisselaar



$$Q' = H'_2 - H'_1 + H'_4 - H'_3 = m'_{1-2}(h_2 - h_1) + m'_{3-4}(h_4 - h_3)$$

Adiabatische warmtewisselaar



$$m'_{1-2}(h_2 - h_1) = m'_{3-4}(h_3 - h_4)$$

Adiabatische warmtewisselaar



2 kg/s olie ($c=2.2\text{kJ/kg}^\circ\text{C}$) wordt gekoeld van 150°C tot 40°C in een tegenstroom warmtewisselaar. Dit gebeurt met 1.5 kg/s koelwater dat bij 22°C binennstroomt. Wat is de uitlaattemperatuur van het koelwater. Kan deze wisselaar werken ?

$$\dot{m}_{1-2}(h_2 - h_1) = \dot{m}_{3-4}(h_3 - h_4)$$

$$1.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}} 4182 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} (T - 22)\text{K} = 2 \frac{\text{kg}}{\text{s}} 2200 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} (150 - 40)\text{K}$$

$$T = 99.1^\circ\text{C}$$

Warmtewisselaars



◆ Rekenvoorbeelden :

- C&T ex. 5-18, C&B ex. 4-16 (variant)
- C&T ex. 5-17, C&B ex. 4-15 (!)

Toepassing op componenten

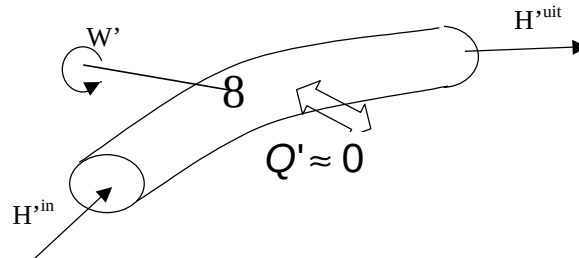


- ✓ Warmtewisselaars
- ◆ Pompen
- ◆ Ventilatoren
- ◆ Compressoren, perfect gas
- ◆ Compressoren, reële stoffen
- ◆ Turbines
- ◆ Expansiekransen

Pompen, ventilatoren



Pompen, ventilatoren (C&T ex 7-12/ C&B ex 6-12)



$$-w = h^{uit} - h^{in} = \frac{p_t^{uit} - p_t^{in}}{r} + d$$

$$h = \frac{v(p_t^{uit} - p_t^{in})}{-w} = 1 + \frac{d}{w}$$

Thermo 1 NL/sept2003

35

Verskil pompen en ventilatoren ?

(C&T ex 7-12/ C&B ex 6-12)



- ◆ Pomp :
 - onsamendrukbare stof
 - densiteit $\rho = \text{cte}$
- ◆ Ventilator :
 - perfect gas
 - variatie ρ steeds klein
 - V' als constant beschouwen

Thermo 1 NL/sept2003

36

Pompen : quid met de temperatuur ?



$$h = u + \frac{p}{r} \rightarrow Dh = Du + \frac{Dp}{r} = c_v DT + \frac{Dp}{r}$$

$$h^{uit} - h^{in} = \frac{p_t^{uit} - p_t^{in}}{r} + d$$

$$- \quad h^{uit} - h^{in} = c_v (T^{uit} - T^{in}) + \frac{p_t^{uit} - p_t^{in}}{r}$$

$$c_v (T^{uit} - T^{in}) = d$$

Pompen : quid met de temperatuur ?



- ◆ Geen dissipatie ® geen temperatuursstijging
- ◆ Temperatuursstijging enkel significant bij zeer hoge drukverschillen
- ◆ Water, 0 ® 120 bar, 60% rendement leidt tot 2° ΔT

Pompen : quid met de temperatuur ?



$$h = \frac{v(p_t^{uit} - p_t^{in})}{-w} \rightarrow -w = \frac{10^{-3} 120 \cdot 10^5}{0,6} \frac{J}{kg} = 20 \frac{kJ}{kg}$$

$$d = (1-h)w = 8 \frac{kJ}{kg}$$

$$T^{uit} - T^{in} = \frac{d}{c} = \frac{8}{4,182} K = 1,91 K$$

Ventilatoren : quid met de temperatuur ?



- ◆ Perfect gas
- ◆ $\Delta h = c_p \Delta T$ ook als p niet constant is
- ◆ c_p lucht ~ 1 kJ/kg/K

$$-w = h^{uit} - h^{in} = c_p (T^{uit} - T^{in})$$

Ventilatoren : quid met de temperatuur ?



- ◆ Steeds temperatuursstijging
- ◆ Stijging evenredig met het specifiek vermogen, ongeacht de dissipatie
- ◆ Lucht, 0 @ 50 mbar, 100% rendement leidt tot $4^\circ \Delta T$

Ventilatoren : quid met de temperatuur ?



$$-w = c_p (T^{uit} - T^{in}) = v(p^{uit} - p^{in})$$

$$-w = \frac{50 \cdot 10^2}{129} = 3875 \frac{J}{kg}$$

$$T^{uit} - T^{in} = \frac{3875}{1004} = 3,86^\circ K$$

Toepassing op componenten



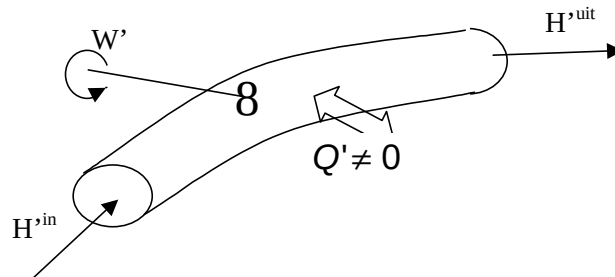
- ✓ Warmtewisselaars
- ✓ Pompen
- ✓ Ventilatoren
- ◆ Compressoren, perfect gas
- ◆ Compressoren, reële stoffen
- ◆ Turbines
- ◆ Expansiekransen

Compressoren



Surpressor, compressor, r NIET cte

(C&T pg 137,7-9,7-11/ C&B pg 135,6-9,6-11)



$$-w \neq \frac{p_t^{uit} - p_t^{in}}{r} + d$$

$$-w = \int_{in}^{uit} \frac{dp_t}{r} + d$$

Thermo 1 NL/sept2003

45

Hoe lost men het probleem op indien r niet constant is ?

(C&T pg 302-305/ C&B pg 328-331)



- ◆ Relatie p en ρ via gaswet ? Onvoldoende

$$p = r R T \rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{dr}{r} + \frac{dT}{T}$$

- ◆ Voorlopig aannemen dat q=d=0 (isentrop)

$$0 = dh - \frac{dp}{r} = c_p dT - \frac{dp}{r} \rightarrow c_p \frac{dT}{T} = \frac{dp}{rT} = R \frac{dp}{p}$$

Thermo 1 NL/sept2003

46

*Hoe lost men het probleem op indien
r niet constant is ?* (C&T pg 302-305/ C&B pg 328-331)



dT/T elimineren :

$$\frac{dr}{r} = \left(1 - \frac{R}{c_p}\right) \frac{dp}{p} = \frac{c_v}{c_p} \frac{dp}{p}$$

$$\frac{c_p}{c_v} \frac{dr}{r} = k \frac{dr}{r} = \frac{dp}{p} ; \quad k = \frac{c_p}{c_v}$$

*Hoe lost men het probleem op indien
r niet constant is ?* (C&T pg 302-305/ C&B pg 328-331)



$$d \ln p - k d \ln(r) = 0$$

$$d \ln \frac{p}{r^k} = 0$$

$$\boxed{\frac{p}{r^k} = \text{cte}}$$

Hoe lost men het probleem op indien r niet constant is ? (C&T pg 302-305/ C&B pg 328-331)



$$\left. \frac{p}{r^k} \right|_{in} = \left. \frac{p}{r^k} \right|_{uit} = cte$$

- ◆ Nieuwe, andere formulering van energiebehoud
- ◆ Enkel geldig voor perfecte gassen !
- ◆ Enkel geldig bij isentroop proces ($q=d=0$)
- ◆ Enkel geldig als k konstant is.

Invoeren van de 'polytrope processen' (C&T pg 137,7-9,7-11/ C&B pg 135,6-9,6-11)



- ◆ Quid als q en d verschillend zijn van nul ?

$$\left(k + \frac{r}{c_v T} \frac{df + dd}{dr} \right) \frac{dr}{r} = \frac{dp}{p}$$

$$n \frac{dr}{r} = \frac{dp}{p}$$

$$\left. \frac{p}{r^n} \right|_{in} = \left. \frac{p}{r^n} \right|_{uit} = cte$$

Invoeren van de 'polytrope processen' (C&T pg 137,7-9,7-11/ C&B pg 135,6-9,6-11)



$$\left. \frac{p}{r^n} \right|_{in} = \left. \frac{p}{r^n} \right|_{uit} = cte$$

- ◆ Informatie q + d feitelijk vervangen door n
- ◆ n wordt polytroopcoëfficiënt genoemd
- ◆ n kan konstant zijn als q + d homogeen verdeeld over het proces

Invoeren van de 'polytrope processen': waarde van n ?



- ◆ $n < 1 \rightarrow$ onwaarschijnlijk
- ◆ $n = 1 \rightarrow$ isotherm $T = cte$ (warmteafvoer, $q < 0$)
- ◆ $1 < n < \kappa \rightarrow$ gekoelde compressor
- ◆ $n = \kappa \rightarrow$ isentroop $s = cte$, $q = d = 0$
- ◆ $n > \kappa \rightarrow$ adiabatische compressie met dissipatie $d > 0$

Toepassing polytroop bij compressie

(C&T 7-9,7-11/ C&B 6-9,6-11)



$$-w = \int_{in}^{uit} \frac{dp}{r} + d \quad \leftarrow \quad \frac{p}{r^n} \Big|_{in} = \frac{p}{r^n} \Big|_{uit} = cte$$

$$-w = \frac{n}{n-1} \frac{p_{in}}{r_{in}} \left[\left(\frac{p_{uit}}{p_{in}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] + d$$

Toepassing polytroop bij compressie, bepaling temperatuur

(C&T 7-9,7-11/ C&B 6-9,6-11)



$$-w = \frac{n}{n-1} \frac{p_{in}}{r_{in}} \left[\left(\frac{p_{uit}}{p_{in}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] + d$$

$$\frac{T^{uit}}{T^{in}} = \frac{p^{uit}}{p^{in}} \frac{r^{in}}{r^{uit}} = \left(\frac{p^{uit}}{p^{in}} \right)^{1-\frac{1}{n}} = \left(\frac{p^{uit}}{p^{in}} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$-w = c_p (T^{uit} - T^{in}) - q = \frac{n}{n-1} R (T^{uit} - T^{in}) + d$$

Toepassing polytroop bij compressie, bepaling van temperatuur



Voorbeeld : isentrope compressie van 1 naar 2 bar, $T_{in} = 20^\circ\text{C}$, 1 kg/s

$$T^{uit} = 293 \times (2)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 357\text{K}$$

$$\begin{aligned} -W' &= 1 \times 1004 \times (357 - 293) \text{ W} = \\ &= \frac{1.4}{1.4 - 1} \times 287 \times (357 - 293) \text{ W} = 64.3 \text{ kW} \end{aligned}$$

r niet constant : stand van zaken



- ◆ Formules voor T en w beschikbaar
- ◆ *Enkel voor perfecte gassen*
- ◆ Polytroop coëfficiënt n ?
 - Isentrope compressie ($n = \kappa = c_p/c_v$)
 - Isotherme compressie ($n = 1$)
 - n gegeven door constructeur ?
- ◆ Relatie n met dissipatie d, warmte q ?

r niet constant : stand van zaken



Perfect gas, gevallen van niet isentrope compressie :

- ◆ Adiabatische compressie ($q=0, d \neq 0$)
- ◆ Niet adiabatische compressie ($q, d \neq 0$)

Adiabatische compressie, polytroom rendement (C&T 7-9, 7-11/ C&B 6-9, 6-11)



$$-w = c_p (T^{uit} - T^{in}) = \frac{k}{k-1} R (T^{uit} - T^{in}) = \frac{n}{n-1} R (T^{uit} - T^{in}) + d$$

$$h = h_{compressie}^{polytroom} = 1 + \frac{d}{w} = \frac{\frac{k-1}{n-1}}{\frac{k}{n-1}} ; (q=0)$$

Adiabatische compressie, polytroop rendement



$$\frac{T^{uit}}{T^{in}} = \left(\frac{p^{uit}}{p^{in}} \right)^{\frac{k-1}{kh}}$$

$$h_{comp}^{poly} = \frac{\ln \left(\frac{p^{uit}}{p^{in}} \right)^{\frac{k-1}{k}}}{\ln \frac{T^{uit}}{T^{in}}}$$

Adiabatische compressie, Polytroop rendement



Voorbeeld : polytrope compressie
van 1 naar 2 bar, $T_{in} = 20^\circ\text{C}$, 1 kg/s,
80% polytroop rendement

$$T^{uit} = T^{in} \left(\frac{p^{uit}}{p^{in}} \right)^{\frac{k-1}{kh}} = 293.2^{\frac{1.4-1}{1.4 \times 0.8}} = 375.3\text{K}$$

$$-W' = 1 \times 1004 \times (375 - 293) \text{ W} = 82.6 \text{ kW}$$

$$n = 1.55 > 1.4$$

Adiabatische compressie, isentrop rendement (C&T 7-9,7-11/ C&B 6-9,6-11)



Variant: men vergelijkt w met w^{isen}

$$h = h_{comp}^{isen} = \frac{w^{isen}}{w} = \frac{c_p (T_{isen}^{uit} - T^{in})}{c_p (T^{uit} - T^{in})} = \frac{\frac{T_{isen}^{uit}}{T^{in}} - 1}{\frac{T^{uit}}{T^{in}} - 1}$$

$$h_{comp}^{isen} = \frac{\left(\frac{p^{uit}}{p^{in}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\frac{T^{uit}}{T^{in}} - 1}$$

Adiabatische compressie, isentrop rendement (C&T 7-9,7-11/ C&B 6-9,6-11)



Isentrop rendement : n niet van toepassing

$$-w = c_p (T^{uit} - T^{in}) = \frac{n}{n-1} R (T^{uit} - T^{in}) + d$$

$$-w = c_p (T^{uit} - T^{in}) = \frac{w^{isen}}{h^{isen}}$$

Adiabatische compressie, Isentroop rendement



Voorbeeld : adiabatische compressie
van 1 naar 2 bar, $T_{in} = 20^\circ\text{C}$, 1 kg/s,
80% isentroop rendement

$$T^{uit} = T^{in} \left(1 + \frac{1}{h} \left(\left(\frac{p^{uit}}{p^{in}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \right) = 293 \left(1 + \frac{2^{\frac{1.4-1}{0.8}} - 1}{0.8} \right) = 373\text{K}$$

$$W' = 1 \times 1004 \times (373 - 293) \text{ W} = 82.5 \text{ kW}$$

Overzicht adiabatische compressie 1 kg/s lucht van 1 tot 2 bar



	$T^{uit}(\text{K})$	W'	D'	$Q'(\text{kW})$	n
Isentroop	357	64.3	0	0	1.4
80% isentr. rend.	373	82.5	16.5	0	1.55
80% polytr. rend.	375	82.6	16.5	0	nvt

Adiabatische compressie : stand van zaken



- ◆ Keuze tussen polytroop en isentroop rendement
- ◆ Beide zijn 'adiabatische' rendementen : $q=0$
- ◆ Beide door constructeur bepaald
- ◆ Meestal gebruikt men isentroop rendement (eenvoudiger)
- ◆ Polytroop beste benadering van het echte rendement, vooral bij grote compressie

r niet constant : stand van zaken



Perfect gas : gevallen van niet isentrope compressie :

- ✓ Adiabatische compressie ($q=0$)
- ◆ Niet adiabatische compressie

Perfect gas, niet adiabatistische compressie



- ◆ 'Rendementen' verliezen hun betekenis
- ◆ Ter illustratie : isentroop en polytroop rendement worden oneindig groot bij isotherme compressie
- ◆ *Polytroop n lijkt het beste gegeven*
- ◆ *Voor eenzelfde polytroop kan men geen onderscheid maken tussen q en d*

Perfect gas, niet adiabatistische compressie *isotherm geval* (C&T p310/ C&B p337)



$$n = 1$$

$$-w = \int \frac{dp}{r} + d = RT \ln \frac{p^{uit}}{p^{in}} + d$$

$$q - w = h^{uit} - h^{in} = 0$$

$$w = q$$

Bij isotherme compressie gaat alle 'energie' w die in de compressor er weer uit als warmte q

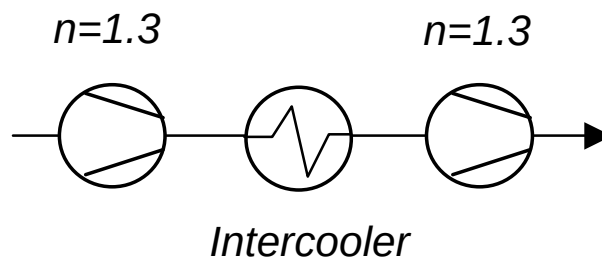
Overzicht compressie 1 kg/s lucht van 1 tot 2 bar (C&T ex 7-13/ C&B ex 6-13)



	$T_{\text{uit}}(\text{K})$	W'	D'	$Q'(\text{kW})$	n
Isotherm, $D'=0$	293	<u>58.3</u>	0	-58.3	1
Isotherm, $D'=10 \text{ kW}$	293	68.3	10	-68.3	1
Isentroop	357	64.3	0	0	1.4
80% isentr. rend.	373	82.5	16.5	0	1.55
80% polytr. rend.	375	82.6	16.5	0	-

Isotherme compressie verbruikt het minst

Intercooling om minder te verbruiken (C&T ex 7-13/ C&B ex 6-13)



Isotherme compressie verbruikt het minst

Toepassing op componenten



- ✓ Warmtewisselaars
- ✓ Pompen
- ✓ Ventilatoren
- ✓ Compressoren, perfect gas
- ◆ Compressoren, reële stoffen
- ◆ Turbines
- ◆ Expansiekransen

Compressoren, reële stoffen

(C&T 7.12/C&B 6.12)



- ◆ Gebruik maken van tabellen/diagramma's
- ◆ Polytroop en polytroop rendement NIET van toepassing
- ◆ Isentroop rendement WEL van toepassing, mits aangepaste formule

Compressoren, reële stoffen

(C&T 7-12/ C&B 6-12)



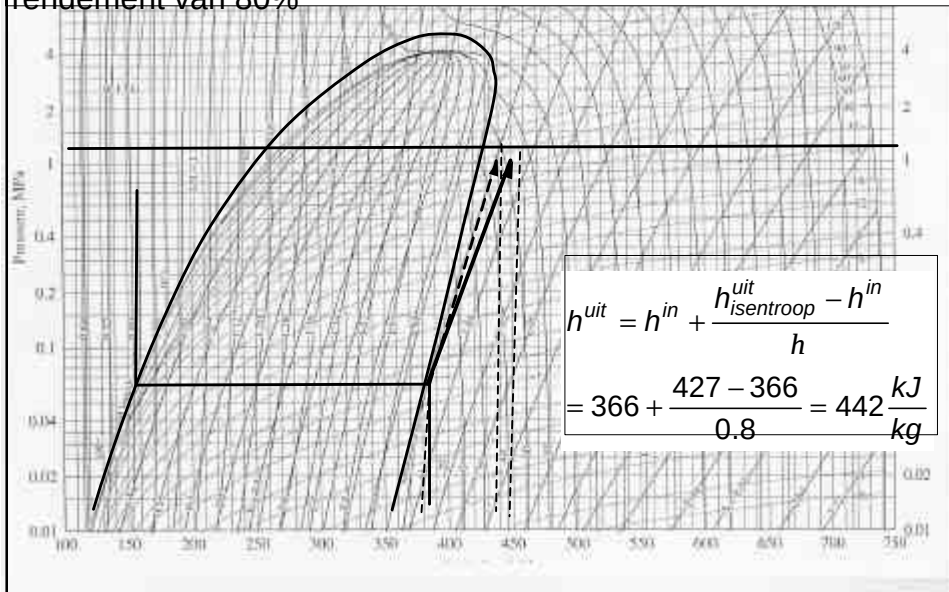
♦ Isentroop rendement, reële stoffen :

$$h = h_{comp}^{isentrop} = \frac{w^{isentrop}}{w} = \frac{h_{isentrop}^{uit} - h^{in}}{h^{uit} - h^{in}}$$

♦ $h_{isentrop}$ aflezen uit tabel/diagramma

♦ !! Men veronderstelt $q=0$!!

Laat ons als voorbeeld verzadigde R134a damp comprimeren vanaf -40°C tot een druk van 10 bar, met een isentroop rendement van 80%



Compressoren, reële stoffen

(C&T 7-12/ C&B 6-12)



Laat ons als voorbeeld verzadigde R134a damp comprimeren vanaf -40°C tot een druk van 10 bar, met een isentroop rendement van 80%

$$h^{uit} = h^{in} + \frac{h_{isentrop}^{uit} - h^{in}}{\eta} = 366 + \frac{427 - 366}{0.8} = 442 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$w = 1 \times (442 - 366) = 76 \frac{\text{kW}}{\text{kg}}$$

Compressoren



◆ Rekenvoorbeelden

- C&T ex. 7-12, C&B ex. 6-12
- C&T ex. 7-13, C&B ex. 6-13
- C&T ex. 7-15, C&B ex. 6-15

Toepassing op componenten



- ✓ Warmtewisselaars
- ✓ Pompen
- ✓ Ventilatoren
- ✓ Compressoren, perfect gas
- ✓ Compressoren, reële stoffen
- ◆ Turbines
- ◆ Expansiekransen

Turbines



- ◆ Meeste formules voor compressoren blijven gelden
- ◆ w wordt positief
- ◆ Formules voor rendementen omkeren :
 - Hydraulische turbine

$$h = \frac{w}{v(p_t^{in} - p_t^{uit})} = \frac{1}{1 + \frac{d}{w}}$$

Turbines



- ◆ Formules voor rendementen omkeren :
 - Perfect gas : isentroop rendement

$$h_{\text{exp}}^{\text{isen}} = \frac{1 - \frac{T^{\text{uit}}}{T^{\text{in}}}}{1 - \left(\frac{p^{\text{uit}}}{p^{\text{in}}} \right)^{\frac{k-1}{k}}}$$

Turbines



- ◆ Formules voor rendementen omkeren :
 - Perfect gas : polytroop

$$h_{\text{exp}}^{\text{poly}} = \frac{\frac{n-1}{k}}{\frac{n}{k-1}} ; \quad \frac{T^{\text{uit}}}{T^{\text{in}}} = \left(\frac{p^{\text{uit}}}{p^{\text{in}}} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

- reëel gas : isentroop rendement

$$h_{\text{exp}}^{\text{isentrop}} = \frac{w}{w^{\text{isentrop}}} = \frac{h^{\text{in}} - h^{\text{uit}}}{h^{\text{in}} - h_{\text{isentrop}}^{\text{uit}}}$$

Turbines



- ◆ Rekenvoorbeelden :
 - C&T ex. 5-14, C&B ex. 4-12
 - C&T ex. 7-5, C&B ex. 6-5
 - C&T ex. 7-14, C&B ex. 6-14

Toepassing op componenten



- ✓ Warmtewisselaars
- ✓ Pompen
- ✓ Ventilatoren
- ✓ Compressoren, perfect gas
- ✓ Compressoren, reële stoffen
- ✓ Turbines
- ◆ Expansiekransen

Expansiekraan (C&T 5-4-3/ C&B 4-4-3)



Therm

83

Expansiekraan (C&T 5-4-3/ C&B 4-4-3)



- ◆ Adiabatisch
- ◆ Geen mechanisch vermogen

$$h^{uit} \cong h^{in}$$

- ◆ Temperatuur ?

Expansiekraan : temperatuur

(C&T 5-4-3/ C&B 4-4-3)



- ◆ Vloeistof (nt verzadigd) : T stijgt !

$$d = c_v (T^{uit} - T^{in}) > 0$$

- ◆ Perfect gas, lage snelheid : isotherm !

$$Dh = c_p DT = 0$$

Expansiekraan : temperatuur

(C&T 5-4-3/ C&B 4-4-3)



- ◆ Perfect gas, hoge snelheid : T daalt !

$$0 = \left(h + \frac{c^2}{2} \right)^{in} - \left(h + \frac{c^2}{2} \right)^{uit}$$

$$c \uparrow \Rightarrow h \downarrow$$

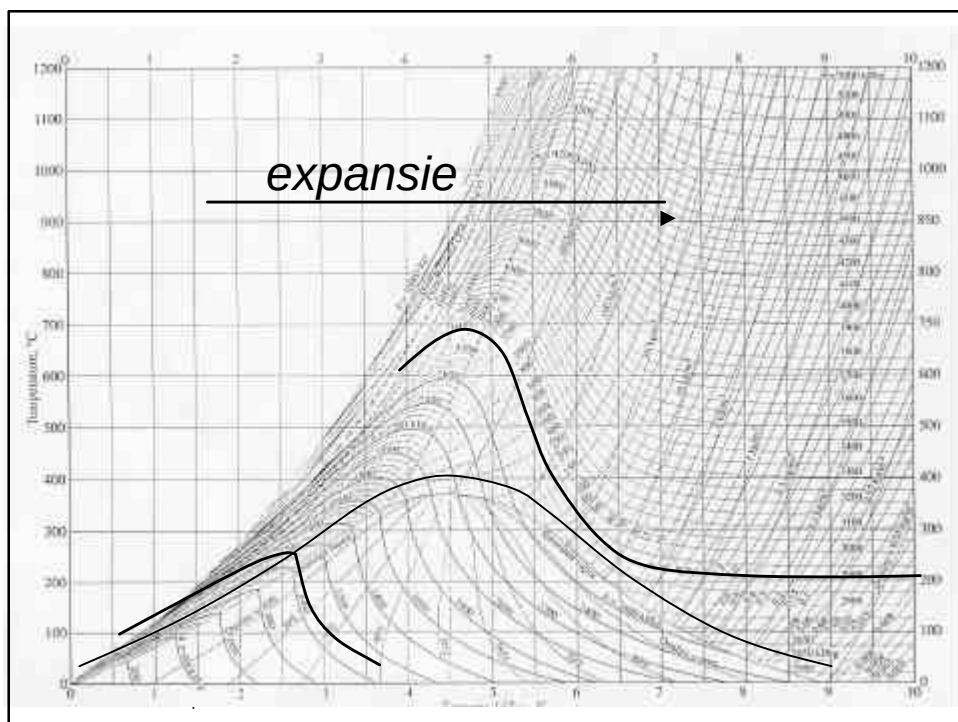
$$Dh = c_p DT < 0$$

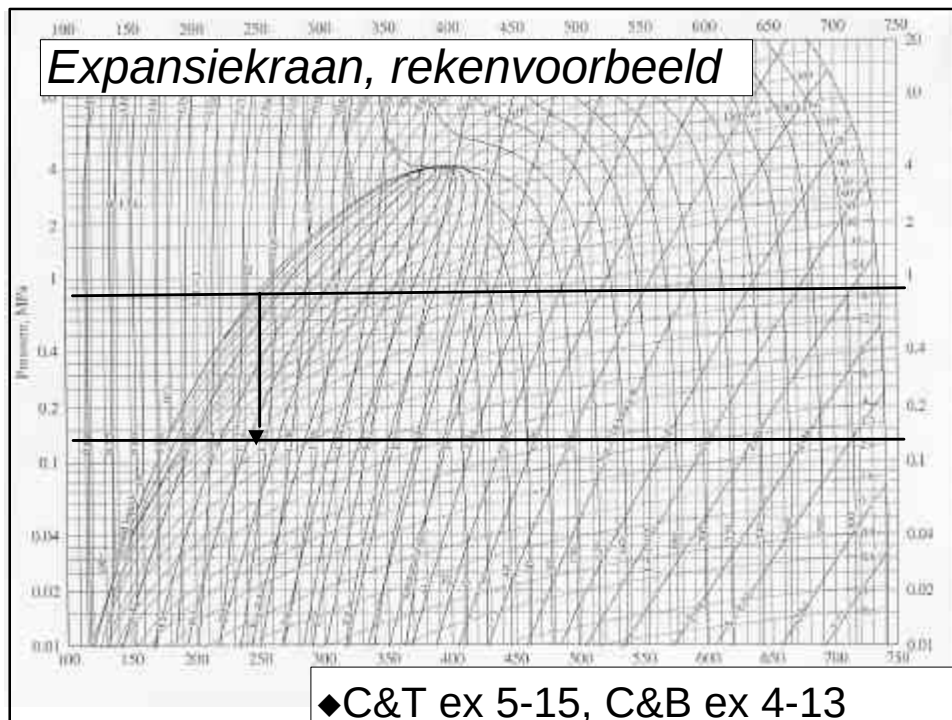
Expansiekraan : temperatuur

(C&T 5-4-3/ C&B 4-4-3)



- ◆ Reële stoffen : zie diagramma's
 - Verzadigde vloeistof : daling + verdamping
 - Verzadigde damp : daling
 - Superkritisch gas : stijgen of dalen (Joule Thompson effect)





Expansiekraan : temperatuur

(C&T 5.4.3/C&B 4.4.3)



- ◆ Perfect gas, lage snelheid : isotherm !
- ◆ Perfect gas, hoge snelheid : lichte daling
- ◆ Vloeistof niet verzadigd : lichte stijging door de dissipatie
- ◆ Reële stoffen : zie diagramma's
 - Verzadigde vloeistof : daling + verdamping
 - Verzadigde damp : eerder daling
 - Superkritisch gas : stijgen of dalen